● Sur $]1,+\infty[$: f_n est dérivable et on a :

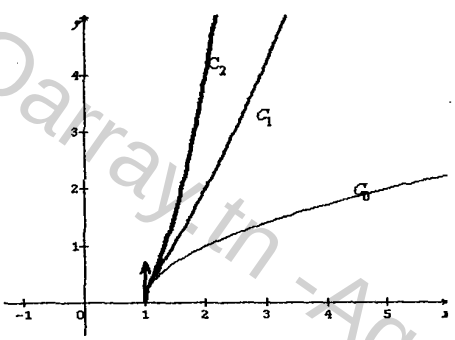
$$f_n'(x)=nx^{n-1}\sqrt{x-1}+x^n.\frac{1}{2\sqrt{x-1}}$$

$$=\frac{2nx^{n-1}(x-1)+x^n}{2\sqrt{x-1}}=\frac{x^{n-1}\left[\overbrace{2n(x-1)+x}^{\geq 0}\right]}{2\sqrt{x-1}},n\geq 1$$

x	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0 ↗	$+\infty$

● $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f_n(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^n\sqrt{x-1}}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}x^{n-1}\sqrt{x-1}=+\infty$; n≥1

Au voisinage $+\infty$ C_{f_n} Admettent une branche parabolique infinie de direction $(O,\vec{j})$ pour n≥1



Exercice n° 17 $f(x)=\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$

● on sait que ; $x\to\sin(ax+b)$ est $\frac{2\pi}{|a|}$ périodique a≠0

Donc $\frac{2\pi}{2}=\pi$ est une période de $f(x)=\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$ 2)

a) $f'(x)=2\cos(2x+\frac{2\pi}{3});x\in IR$

$$\begin{cases}f'(x)=0\\x\in[0,\pi]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\cos(2x+\frac{2\pi}{3})=0\\x\in[0,\pi]\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x+\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\\x\in[0,\pi]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\\x\in[0,\pi]\end{cases}$$

Or : $0\leq x\leq\pi\Leftrightarrow 0\leq-\frac{\pi}{12}+k\pi\leq\pi$

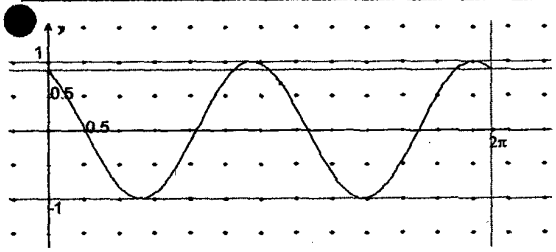
$\Leftrightarrow 0.16\approx\frac{1}{6}\leq k\leq\frac{13}{6}\approx 2.16\Leftrightarrow$ k = 1 ou k = 2

Donc $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{12}$ *ou* $x=\frac{11\pi}{12}$

b)

x	0	$\frac{5\pi}{12}$		$\frac{11\pi}{12}$		π
$f'(x)$	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ ↘	−1	↗	1	↘	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

●



- *si* $k>1$ *ou* $k<-1\Rightarrow 0$ *solution*
- *si* $k=1$ *ou* $k=-1\Rightarrow 2$ *solutions*
- *si* $k\in]-1;1[\setminus\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}\Rightarrow 4$ *solutions*
- *si* $k=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow 5$ *solutions*

Exercice n° 18

$x\in IR, f(x)=\sin 2x-2\sin x$

●

$x\in IR,-x\in IR$ *et* $f(-x)=\sin(-2x)-2\sin(-x)$

$=-\sin 2x+2\sin x$

$=-(\sin 2x-2\sin x)$

$\Rightarrow f(-x)=-f(x)$. Donc g est impaire

● • le plus petit réel strictement positif T vérifiant $f(x+T)=f(x)$ *est* $T=2\pi$ .donc f est 2π-périodique

● *f* est de période 2π donc on pourra étudier *f* sur l'intervalle $Df\cap[-\pi,\pi]=IR\cap[-\pi,\pi]=[-\pi,\pi]$

De plus *f* est impaire par la suite on étudie *f* sur $[0,\pi]$

• On a : $f'(x)=2\cos 2x-2\cos x$, or $\cos 2a=2\cos^2 a-1$

Ce qui donne : $f'(x)=2(\cos^2 x-\cos x-1)$

Posons cos*x* = t on trouve :

$$\begin{cases}2t^2-t-1=0\\t=\cos x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t'=1\ ou\ t''=-\frac{1}{2},car:a+b+c=0\\t=\cos x\end{cases}$$

donc : $f'(x)=0\Leftrightarrow\cos x=1$ *ou* $\cos x=-\frac{1}{2}$; $x\in[0,\pi]$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=2k\pi\\x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi\\x=-\frac{2\pi}{3}+2k\pi\end{cases}k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\x=\frac{2\pi}{3}\end{cases}$$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn